

合肥大学 2027年硕士研究生入学考试《数学分析》科目考试大纲

《数学分析》考试大纲适用于数学专业硕士研究生入学考试。该课程是数学类及相近专业的重要基础课程，要求考生掌握极限、微分、积分、级数等基本知识，提高学生的严密逻辑思维与数学建模意识，树立严格、精确的量化分析思想，激发学生探索科学真理、解决实际难题的积极性、主动性，为将来从事科学研究、技术开发、工程计算、数据分析等工作奠定数学基础。

一、考试基本要求

要求考生全面、系统地理解《数学分析》的基本概念、基本理论，掌握重要的分析思想和方法，具备抽象思维能力、逻辑推理能力、熟练的运算能力以及综合运用所学知识分析和解决问题的能力。

二、考试方式与时间

初试科目：《数学分析》

考试方式：闭卷笔试

试卷满分为 **150** 分，考试时间为 **180** 分钟

三、考查内容及范围

第一部分：极限与连续

- 1、实数理论
- 2、数列极限
- 3、函数极限
- 4、函数的连续性

第二部分：一元函数微分学

- 1、基本概念
- 2、基本方法
- 3、应用

第三部分：一元函数积分学

- 1、不定积分
- 2、定积分

3、定积分的应用

4、反常积分

第四部分：级数论

1、数项级数

2、函数项级数

3、幂级数

4、Fourier 级数

第五部分：多元函数微分学

1、多元函数的极限与连续

2、偏导数与全微分

3、多元函数微分法的应用

第六部分：多元函数积分学

1、重积分

2、曲线积分

3、曲面积分

4、含参变量积分

四、考生应掌握的主要内容

（一）极限论与连续性

实数理论：确界原理的理解与应用，能求取简单集合的上、下确界。

数列极限： ε - N 语言的定义与证明。收敛数列的性质（唯一性、有界性、保号性等）。极限的计算（四则运算、夹逼定理、单调有界原理）。Stolz 定理的应用。Cauchy 收敛准则的理解与证明。

函数极限： ε - δ 语言、海涅定理的理解与应用。函数极限的性质、两个重要极限的推导与应用。无穷小量的比较（高阶、低阶、同阶、等价）。

函数的连续性：点连续与区间连续的判断。间断点的分类与判断。闭区间上连续函数的性质（有界性、最值性、介值性）的证明与应用。一致连续性的概念、判断及其与普通连续的区别。

（二）一元函数微分学

导数与微分：导数与微分的定义、几何意义、关系。基本求导公式与法则（四则运算、复合函数、反函数）。高阶导数的计算。

微分中值定理及其应用：Rolle 中值定理、Lagrange 中值定理、Cauchy 中值定理的证明与应用。Taylor 公式（Peano 和 Lagrange 余项）的展开与应用（求极限、证明不等式、近似计算）。L'Hospital 法则，求各种未定式的极限。

导数的应用：利用导数研究函数的单调性、极值、凹凸性、拐点。函数图像的描绘。

（三）一元函数积分学

不定积分：原函数与不定积分的概念。

基本积分法：凑微分法（第一类换元）、第二类换元法（三角代换、根式代换等）、分部积分法。有理函数积分的计算（部分分式分解）。

定积分：Riemann 积分的定义与可积性理论（可积的充分必要条件、可积函数类）。定积分的性质（线性性、区间可加性、积分中值定理等）。微积分基本定理（Newton-Leibniz 公式）的应用与推广。定积分的计算。

定积分的应用：几何应用(平面图形面积、旋转体体积、曲线弧长等)。物理应用(功、压力、质心等)。

反常积分：无穷限反常积分与无界函数反常积分的计算。收敛性的判别法（比较判别法、极限形式、Cauchy 判别法、Abel 判别法、Dirichlet 判别法）。

（四）无穷级数

数项级数：收敛与发散的定义、性质。正项级数敛散性判别法：比较判别法、比值判别法、根值判别法、积分判别法。任意项级数敛散性判别法：绝对收敛与条件收敛的判别，Leibniz 交错级数判别法。

函数项级数：收敛点、收敛域、和函数的概念。一致收敛性的概念（ ε -N 语言）及其判别法（Weierstrass-判别法、Abel 判别法、Dirichlet 判别法）。一致收敛级数的性质：和函数的连续性、可积性、可微性。

幂级数：收敛半径、收敛区间的求法。幂级数的性质（和函数在收敛区间内连续、可积、可微，且逐项积分/求导后半径不变）。函数的幂级数展开（直接法、间接法）。

Fourier 级数：三角函数系的正交性。计算函数的 Fourier 系数并展开为 Fourier 级数。Dirichlet 收敛定理的应用。

（五）多元函数微分学

基础概念：多元函数的极限、连续、偏导数的定义与计算。全微分、方向导数与梯度的定义、计算及几何意义。可微、偏导连续、偏导存在、连续之间的关系。

微分法：复合函数求导的链式法则。隐函数（组）存在定理及求导法。

应用：空间曲线的切线与法平面、曲面的切平面与法线。多元函数的极值：无条件极值（判别条件）、条件极值与 Lagrange 乘数法。

（六）多元函数积分学

重积分：二重积分、三重积分的计算：直角坐标、极坐标、柱坐标、球坐标下的积分转换与计算。

曲线积分： 第一类（对弧长）曲线积分的概念与计算（参数化法）。第二类（对坐标）曲线积分的概念与计算（参数化法）。Green 公式的应用（计算、证明）。平面曲线积分与路径无关的条件及其应用（求原函数）。

曲面积分：第一类（对面积）曲面积分的概念与计算（投影法）。第二类（对坐标）曲面积分的概念、计算（投影法）及侧的概念。Gauss 公式的应用。Stokes 公式的应用。

含参变量积分：含参变量正常积分的连续性、可积性、可微性。含参变量反常积分的一致收敛性判别（Weierstrass M-判别法）。利用一致收敛性证明含参变量积分的分析性质。 Γ （Gamma）函数与 B （Beta）函数的定义、性质与关系。

五、参考书目

《数学分析》（第六版），华东师范大学数学科学学院，高等教育出版社，2025.